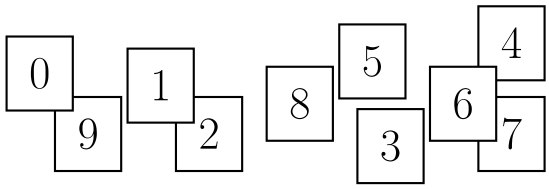
Landesweiter Mathematikwettbewerb für Schülerinnen und Schüler der Klasse 4 in NRW

Lösungsvorschläge der dritten Runde 2013/2014

Lies jede Aufgabe erst gründlich durch, bevor du mit der Bearbeitung beginnst.
Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch aufschreiben, wie du zu den Ergebnissen bzw. Teilergebnissen gelangt bist.

Aufgabe 1:
Differenzen bilden

Du hast die Ziffernkarten von 0 bis 9.



a) Bilde zwei fünfstellige Zahlen, ohne eine Ziffer doppelt zu benutzen. Berechne deren Differenz.

b) Bilde aus den Karten zwei fünfstellige Zahlen mit der Differenz 11111, ohne eine Ziffer doppelt zu benutzen. Finde zwei Lösungen.

c) Finde zwei Lösungen, bei denen das Ergebnis zwischen 0 und 500 liegt, ohne eine Ziffer doppelt zu benutzen.

Lösungsvorschlag

Teil a) Mögliche Lösung: $98\,765 - 43\,210 = 55\,555$.

Teil b) Mögliche Lösungen: $97\,531 - 86\,420 = 11\,111$ oder $31\,579 - 20\,468 = 11\,111$.

Teil c) Mögliche Lösungen: $50\,123 - 49\,876 = 247$ oder $20\,345 - 19\,876 = 469$.

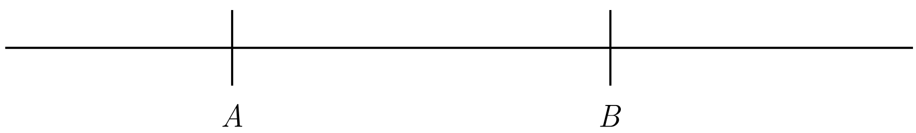
Aufgabe 2:
Punkte A, B, C, D, E

Auf einer Geraden sind fünf Punkte in der Reihenfolge A, B, C, D, E festgelegt. Folgendes ist bekannt:

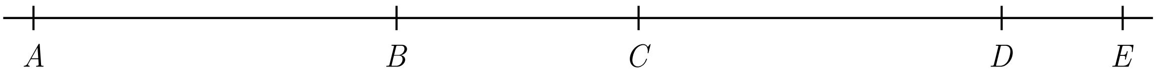
- Die Länge der Strecke $\overline{AE}$ beträgt 18 cm.
- Die Strecke $\overline{BE}$ ist doppelt so lang wie die Strecke $\overline{AB}$.
- Die Strecke $\overline{AC}$ ist um 4 cm länger als die Strecke $\overline{AB}$.
- Die Strecke $\overline{BC}$ ist um 12 cm kürzer als die Strecke $\overline{AD}$.

Bestimme die Länge der Strecken $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AD}$ und $\overline{BE}$.

Hinweis: Die Strecke $\overline{AB}$ bezeichnet den Abschnitt der Geraden zwischen Punkt A und Punkt B.



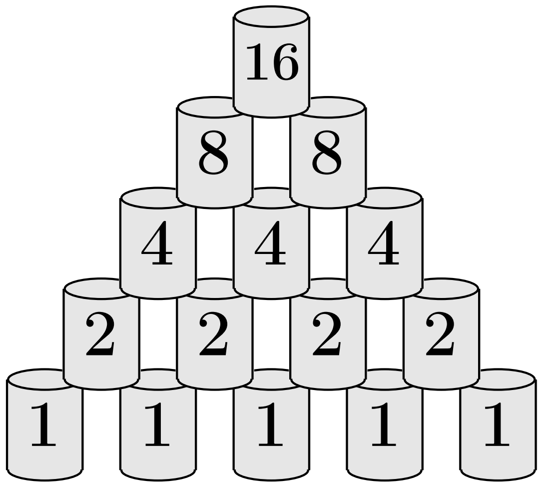
Lösungsvorschlag



Da $\overline{AB}$ und $\overline{BE}$ zusammen $\overline{AE}$ ergeben, folgt aus den ersten beiden Bedingungen $|AB| = 6\,\text{cm}$ und $|BE| = 12\,\text{cm}$. Aus der dritten Bedingung folgt dann $|AC| = 10\,\text{cm}$ sowie $|BC| = 4\,\text{cm}$ und aus der vierten Bedingung $|AD| = 16\,\text{cm}$.

Aufgabe 3:
Dosen werfen

Bei einem speziellen Wurfspiel kannst du mit einem Ball nur genau **eine** Dose treffen. Eine Dose fällt, wenn du sie mit dem Ball triffst. Wenn du eine Dose triffst, die andere Dosen trägt, dann fallen alle diese Dosen mit um.



Beispiel: Du triffst die Dose mit der 4 ganz links, dann fällt auch die Dose mit der 8 darüber und die Dose mit der 16 um.

a) Du triffst die zweite Dose von rechts mit einer 2 darauf. Welche Dosen fallen dann auch? Gib die Summe der Zahlen auf den umgefallenen Dosen an.
b) Wie viele Bälle musst du mindestens werfen, damit alle Dosen umfallen? Begründe deine Antwort.
c) Du wirfst nur einen Ball und addierst die Zahlen auf den umgefallenen Dosen. Gib die größtmögliche Summe an.
d) Du hast genau zwei Würfe. Mit dem ersten Ball triffst du die Dose mit der 1 ganz links. Ist es möglich, mit dem zweiten Ball eine Dose so zu treffen, dass die Summe der umgefallenen Dosen genau 50 beträgt? Begründe deine Antwort.

Lösungsvorschlag

Teil a) Wird die genannte Dose getroffen, fallen auch zwei Dosen mit einer 4, zwei Dosen mit einer 8 und die Dose mit der 16 darauf. $2 + 4 + 4 + 8 + 8 + 16 = 42$.

Teil b) Es müssen mindestens 5 Bälle geworfen werden. Die 5 Dosen aus der unteren Reihe müssen alle einmal getroffen werden, weil sie auf keiner anderen stehen.

Teil c) Die größtmögliche Summe erhält man, wenn die mittlere Dose mit der 1 getroffen wird. Die Summe beträgt 49.

Teil d) Mit dem Treffen der Dose mit der 1 ganz links fällt auch jeweils eine Dose mit einer 2, einer 4, einer 8 und einer 16 darauf. $1+2+4+8+16=31$. Es fehlen also noch 19 bis zur 50. Da dies eine ungerade Zahl ist, muss mit dem zweiten Wurf eine Dose mit einer 1 getroffen werden. Die möglichen Summen sind:

$1+2+4+8=15$ (2 Möglichkeiten),
$1+2+2+4+4+8=21$ (2 Möglichkeiten).

Mit keinem der Würfe kann eine 19 erzielt werden, also kann die Summe 50 nicht erreicht werden.

Aufgabe 4:
Geburtstagsfeier

Pia feiert ihren Geburtstag. Sie isst mit ihren Gästen Waffeln, Kekse und Torte:

Ein Kind isst Waffeln, Kekse und Torte.
Vier Kinder essen Torte und Kekse.
Drei Kinder essen Torte und Waffeln.
Ein Kind isst Kekse und Waffeln.
Fünf Kinder essen Waffeln.
Sechs Kinder essen Kekse.
Sieben Kinder essen Torte.

Wie viele Kinder hat Pia eingeladen? Begründe deine Antwort.

Lösungsvorschlag

	Waffeln	Kekse	Torte
1. Kind	×	×	×
2. Kind		×	×
3. Kind		×	×
4. Kind		×	×
5. Kind	×		×
6. Kind	×		×
7. Kind	×		
8. Kind	×		
9. Kind		×	
10. Kind		×	
11. Kind			×
	5	6	7

Elf Kinder essen, also hat Pia zehn Kinder eingeladen.

oder:

Ein Kind isst von allem etwas.
Hinzu kommen zwei Kinder, die nur Waffeln und Torte essen.
Drei Kinder essen nur Torte und Kekse.

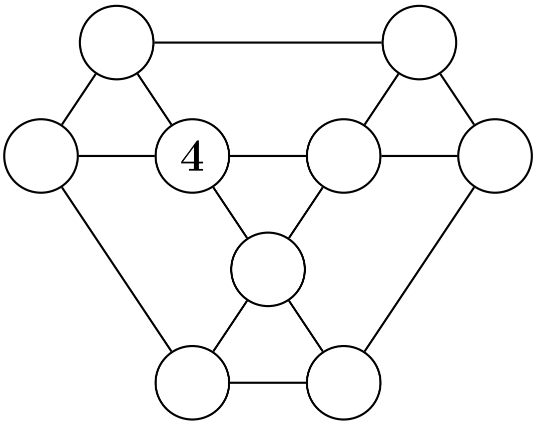
Dann bleiben zwei Kinder, die nur Kekse essen und zwei, die nur Waffeln essen, sowie ein Kind, das nur Torte isst.

$1 + 2 + 3 + 2 + 2 + 1 = 11$.

Also sind es Pia und 10 Kinder.

<u>Aufgabe 5:</u>
Dreieckssummen

Neun Kreise stellen die Eckpunkte von vier kleinen und drei großen Dreiecken dar. Die Zahlen von 1 bis 9 sollen so in die Kreise verteilt werden, dass die Summe der Zahlen in den drei Eckpunkten bei jedem der sieben Dreiecke 15 ist. Gib eine Lösung an.



<u>Lösungsvorschlag</u>
Eine mögliche Lösung: